

di  $y$  in funzione finita di  $x, y$ . Immaginando sostituito questo valore nella data funzione

$$f(x, y),$$

si trova facilmente che l'equazione isoperimetrica assume la forma

dove si deve intendere sostituito nelle espressioni rinchiuse fra parentesi il valore di  $y$  in funzione di  $x, y$ .

Ora si osservi che l'elemento dell'integrale, cioè la quantità

è una funzione omogenea e di primo grado dei differenziali

$$dx, \quad dy,$$

talché chiamando  $X, Y$  le derivate di essa rispetto a questi differenziali, si ha identicamente

dove

$$X = \frac{\partial f}{\partial dx}, \quad Y = \frac{\partial f}{\partial dy}.$$

quindi l'integrale proposto può assumere la forma

$$\int (Xdx + Ydy).$$

Si ha così quest'interessante proprietà che, sostituendo nelle

$$X, \quad Y$$

il valore di  $y'$  dedotto da un'integrale primo del problema, l'equazione isoperimetrica prende la forma

$$\frac{dX}{dy} + \frac{dY}{dx} = 0$$

cioè diventa la solita condizione d'integrabilità del differenziale a due variabili indipendenti in cui si è convertito l'elemento  $fax$ .